

## O MOŻLIWOŚCI SZACOWANIA WSPÓŁCZYNNIKA WYRÓWNYWANIA TEMPERATURY MATERIAŁÓW BUDOWLANYCH NA PODSTAWIE BADAŃ TERMOGRAFICZNYCH

Zbigniew PERKOWSKI  
Politechnika Opolska, Opole

### 1. Wprowadzenie

Współczesne metody termografii pozwalają na dokładne śledzenie zmian temperatury na powierzchni ciał stałych w czasie rzeczywistym. W przypadku zastosowań w inżynierii budowlanej umożliwia ona m.in. wykrywanie miejsc uszkodzonych w budowlach i budynkach, np. wad izolacji cieplnych, spękań, miejsc silnie zawilgoconych itp. Z oczywistych względów w przypadku kruchych uszkodzeń materiałów (np. spękania, pustki) czy zawilgocenia materiałów porowatych wykrycia ich można dokonać dzięki temu, iż zmieniają się podstawowe właściwości cieplne (ciepło właściwe, przewodność cieplna) oraz gęstość takiego tworzywa. Skutkuje to inną zdolnością do transportu ciepła materiału, dzięki czemu na termogramach ścian budynków w wielu przypadkach można wykryć miejsca uszkodzone wprost z pobieżnej oceny, gdyż mają one przy tych samych warunkach otoczenia inną temperaturę w stosunku do reszty obiektu. Z drugiej strony dokładne, ilościowe określenie przy pomocy termogramów położenia i stopnia uszkodzeń w ciałach stałych na podstawie wywołanych przez nie adekwatnych zmian właściwości cieplnych, a także wprost określenie takich właściwości na podstawie zadań odwrotnych, jest przedmiotem rozważań naukowych i prowadzi niejednokrotnie do użycia zaawansowanych technik obliczeniowych lub pomiarowych (np. [2,3]). Dlatego celem niniejszego artykułu jest przedstawienie autorskiego zadania odwrotnego, które pozwoli w łatwy sposób na szacowanie współczynnika wyrównywania temperatury  $a$  materiału (czyli jego współczynnika przewodności cieplnej  $\lambda$  podzielonego przez ciepło właściwe  $c$  i gęstość  $\rho$ ) jedynie na podstawie pomiarów zmian temperatury na jego powierzchni w przypadku, kiedy zostało ono poddane impulsowi cieplnemu (np. zetknięciu przez chwilę z cieplejszym ciałem) na części jego brzegu, a następnie zostało poddane chłodzeniu. Przypadek taki jest również łatwy do realizacji w warunkach polowych i do analizy termograficznej.

### 2. Sformułowanie zadania odwrotnego

Tak jak zaznaczono we wstępie rozważmy przypadek jednorodnego, izotropowego ciała (w uproszczeniu prostopadłościanu jak na rys. 1) zajmującego obszar  $V$  i w chwili

początkowej znajdującego się w stałej temperaturze. W pierwszym etapie jest ono poddane ogrzaniu na spójnym wycinku jego powierzchni zewnętrznej przy zachowaniu warunków brzegowych pierwszego rodzaju (np. [1]), przy czym na pozostałej części powierzchni obowiązują jednorodne warunki brzegowe trzeciego rodzaju (np. [1]). Po pewnym, ustalonym czasie ogrzewanie zostaje „wyłączone” i na całej powierzchni zewnętrznej ciała wymiana ciepła (ochładza się) z zachowaniem jednorodnych warunków trzeciego rodzaju – np. wg prawa Newtona [1]. Pole temperatury wyznaczyć można w tym przypadku na podstawie równania przewodnictwa cieplnego w przypadku bezźródłowym (np. [1,4])

$$\dot{\theta} - a\nabla^2\theta = 0, \quad (1)$$

gdzie:  $\theta = T - T_e$  – przyrost temperatury  $T$  względem temperatura otoczenia  $T_e$ . Wtedy na podstawie powyższej zależności można stwierdzić, że ogólne jego rozwiązanie w trakcie drugiego etapu procesu (chłodzenia) wyrażone będzie następująco [1,4]

$$\theta = \sum_{k,m,n=1}^{\infty} A_{kmn} (A_k \cos(K_k x) + B_k \sin(K_k x)) \cdot (C_m \cos(M_m y) + D_m \sin(M_m y)) \cdot (E_n \cos(N_n z) + F_n \sin(N_n z)) \cdot \exp\left(-\left(K_k^2 + M_m^2 + N_n^2\right)at\right), \quad (2)$$

gdzie:  $A_{kmn}, A_k, B_k, C_m, D_m, E_n, F_n, K_k, M_m, N_n$  – współczynniki zależne od warunków początkowo-brzegowych zadania. Warto zauważyć, że gdy pierwszy etap ogrzewania nie będzie zbyt długi, to w drugim etapie chłodzenia wyróżnić możemy w ciele dwie strefy – ta, w której temperatura się zmniejsza i ta, w której się zwiększa (rys. 1). W związku z tym, gdy w takim przypadku analizować będziemy typowe przebiegi funkcji temperatury, to wtedy, na początku drugiego etapu, można wyróżnić na powierzchni ciała dwie zamknięte krzywe, na których prędkość temperatury będzie równa zero (krzywa 1) oraz przepływ ciepła równoległe do powierzchni nie będzie zmieniał lokalnie bilansu ciepła (krzywa 2). Np., kiedy ogrzewanie w pierwszym etapie nastąpiło na ścianie prostopadłej do osi  $z$  to można na niej, na początku drugiego okresu chłodzenia, wspomniane krzywe wyznaczyć z warunków (rys. 1):

$$\text{krzywa 1: } \dot{\theta} = 0, \quad \text{krzywa 2: } \theta_{,xx} + \theta_{,yy} = 0. \quad (3)$$

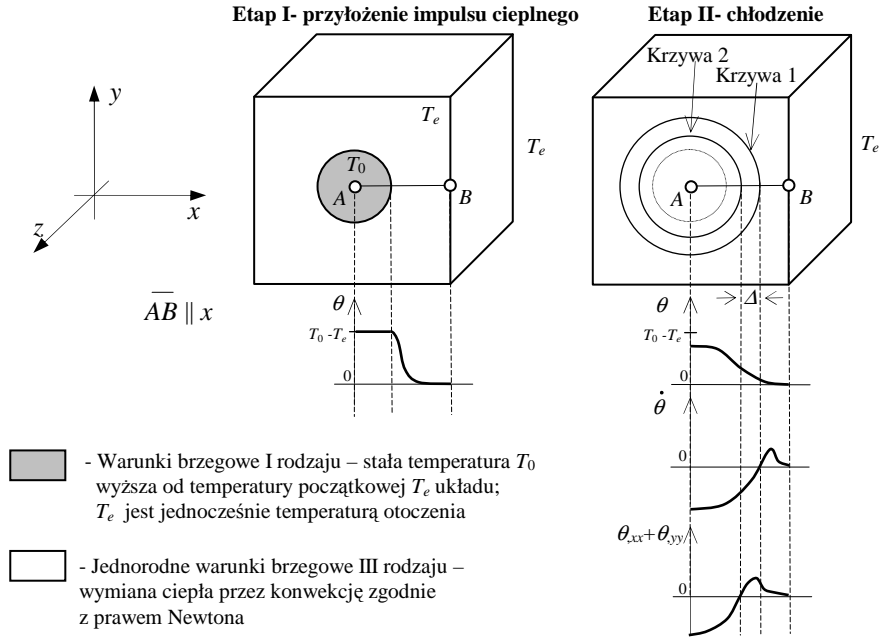
Są one przesunięte względem siebie o pewną odległość. Wynika stąd, że na krzywych 1 i 2 spełnione są zależności:

$$\theta_{,zz}^{(1)} = -\theta_{,xx}^{(1)} - \theta_{,yy}^{(1)}, \quad \theta_{,zz}^{(2)} = \frac{1}{a} \dot{\theta}^{(2)}, \quad (4)$$

gdzie indeksami górnymi <sup>(1)</sup> i <sup>(2)</sup> oznaczono, że są to wielkości odpowiednio wyznaczone na krzywych 1 i 2. Wtedy, zgodnie ze twierdzeniem Taylora, wartości funkcji  $T_{,zz}$ , np. na odcinku równoległym do osi  $x$  w punktach przecięcia z krzywymi 1 i 2, będą w przybliżeniu spełniać relację

$$\theta_{,zz}^{(2)} = \theta_{,zz}^{(1)} - \theta_{,zzx}^{(1)} \Delta + \frac{1}{2} \theta_{,zzxx}^{(1)} \Delta^2, \quad (5)$$

gdzie:  $\Delta$  – odległość pomiędzy krzywymi (1) i (2) mierzona równoległe do osi  $x$ .



Rys. 1 Geometria problemu. Schematyczne wykresy funkcji  $\theta$ ,  $\dot{\theta}$ ,  $\theta_{,xx} + \theta_{,yy}$  wzdłuż odcinka  $AB$  na powierzchni poddanej impulsowi cieplnemu.

Fig. 1 The geometry of problem. Schematic diagrams of the functions  $\theta$ ,  $\dot{\theta}$ ,  $\theta_{,xx} + \theta_{,yy}$  along the segment  $AB$  on the external surface subjected to the thermal impulse.

Aby wyznaczyć wielkości występujące w równaniu (5) jedynie na podstawie pomiarów temperatury na powierzchni ciała należy w pierwszej kolejności wykorzystać fakt, że dla dużej wartości iloczynu  $at$  w szeregu (2) istotny jest tylko pierwszy człon dla  $k, m, n = 1$  [4]. Wtedy znajdzie, że:

$$\theta \approx -\frac{1}{N_1^2} \theta_{,zz} \Big|_V \Rightarrow \theta_{,zzx} \approx \frac{\theta_{,x} \theta_{,zz}}{\theta} \Big|_V \quad \text{i} \quad T_{,zzxx} \approx \frac{\theta_{,xx} \theta_{,zz}}{\theta} \Big|_V, \quad (6)$$

Na tej podstawie uzyskamy z (5) przy uwzględnieniu (4), że:

$$\frac{1}{a} = \frac{\rho c}{\lambda} \approx \frac{1}{\dot{\theta}^{(2)}} \left[ -(\theta_{,xx}^{(1)} + \theta_{,yy}^{(1)}) + \frac{\theta_{,x}^{(1)} (\theta_{,xx}^{(1)} + \theta_{,yy}^{(1)})}{\theta^{(1)}} \Delta - \frac{1}{2} \frac{\theta_{,xx}^{(1)} (\theta_{,xx}^{(1)} + \theta_{,yy}^{(1)})}{\theta^{(1)}} \Delta^2 \right] \quad (7)$$

Wzór ten pozwala oszacować wartość współczynnika  $a$  na podstawie obrazów termograficznych, na których odzwierciedlone będą kolejne rozkłady temperatury w procesie „rozpływu” ciepła po powierzchni ścianki próbki, kiedy usunięto z niej impuls cieplny zgodnie z procedurą przedstawioną we wstępie punktu. Pochodne występujące we wzorze (7) można wyliczyć jedynie na podstawie pomiarów temperatury na powierzchni

ciała w sposób przybliżony stosując wzory na różnice skończone. Należy jednak pamiętać, aby kolejne obrazy termograficzne wykonywane były w nieodległych chwilach w celu dokładnego wyliczenia pochodnych po czasie i z dużą rozdzielczością, co z kolei rzutować będzie na dokładność obliczeń pochodnych po zmiennych przestrzennych.

### 3. Podsumowanie

Przedstawiony sposób obliczania współczynnika wyrównywania temperatury  $a$  można zastosować bezpośrednio w analizie obrazów termograficznych przy ocenie zmian właściwości cieplnych próbek materiałów jak i elementów budynków. Z uwagi na to, iż właściwości cieplne materiału są powiązane bezpośrednio ze zmianą innych jego cech fizycznych (uszkodzenia struktury, zawilgocenie itp.), to przedstawiony sposób łatwego i bezinwazyjnego wyznaczania współczynnika  $a$  można zastosować z powodzeniem w diagnostyce budowli i budynków.

### Oznaczenia symboli

- $a$  - współczynnik wyrównywania temperatury, thermal diffusivity, [ $m^2/s$ ],
- $c$  - ciepło właściwe, specific heat, [ $J/(kg \cdot K)$ ],
- $\theta$  - przyrost temperatury, temperature increment, [ $K$ ],
- $\lambda$  - przewodność cieplna, thermal conductivity, [ $W/(m \cdot K)$ ],
- $\rho$  - gęstość masy, mass density, [ $kg/m^3$ ],

### Literatura

- [1] Kącki E., Równania różniczkowe cząstkowe w zagadnieniach fizyki i techniki, WNT, Warszawa, 1989
- [2] Mróz Z., Thermographic identification of defects in structures, Proc. CISM – Advanced School on Parameter Identification of Materials and Structures, Udine, 2003
- [3] Muscio A., Bison P.G., Marinetti S., Grinzato E., Thermal diffusivity measurement in slabs using harmonic and one-dimensional propagation of thermal waves, Int. J. Thermal Sciences, 43, 2004, 453-463
- [4] Płoński W., Pogorzelski J.A., Fizyka budowli, Arkady, Warszawa, 1979

### ABOUT A POSSIBILITY OF ESTIMATION OF THERMAL DIFFUSIVITY FOR BUILDING MATERIALS ON THE BASIS OF THERMOGRAPHIC INVESTIGATIONS

#### Summary

A proposition of inverse problem enabling an estimation of thermal diffusivity for building materials or structural elements is presented in the work. The calculating procedure is formulated so as to use only temperature measurements made on plane external surfaces of the elements or materials samples with a use of thermographic techniques. The inverse problem may be adopted in a easy way in inspections of buildings and diagnostics of building materials – for example in a detection of damaged or moist zones.